МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ   
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева»  
(Самарский университет)   
  
  
Факультет информатики  
Кафедра программных систем  
  
Дисциплина  
**Вычислительные методы  
  
  
  
ОТЧЕТ**по лабораторной работе №1

Численное дифференцирование функций  
Вариант №9

Студент: Колбанов Д.О.,   
Группа: 6301-020302D  
  
Преподаватель: Заболотнов Ю.М.  
  
Оценка: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  
  
Дата: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Самара 2023

**Исходная функция**

**Задание**

1. Построить график функции, соответствующей индивидуальному заданию.
2. Выбрать точку *x*, для которой будет производиться численное вычисление производных.
3. С помощью программных средств пакета MATHCAD найти аналитические выражения для производных (до четвертого порядка включительно) заданной функции.
4. На основании формул численного дифференцирования задать функции для приближенных оценок производных (до четвертого порядка включительно).
5. Задать функции для определения относительной погрешности вычисления производных.
6. Построить графики функций Ek(*h*). Уменьшая шаг *h*, приближенно оценить значения шага *ho*, при которых сравниваются методическая и вычислительная погрешности. Это можно определить по характерному резкому увеличению относительной погрешности.

**Постановка задачи**

Пусть на интервале **[a,b]** задана непрерывная функция **f(x).** Данная функция может быть задана в виде некоторого аналитического выражения или алгоритмически, то есть имеется возможность вычислять значения функции при заданном значении аргумента. Разобьем интервал точками **=a + ih, где i=0,1..N; h=(b-a)/N.**

Необходимо определить первую – четвертую производные известной функции с помощью формул численного дифференцирования и сравнить их значения с точными значениями производных, вычисленных программными средствами **MATHCAD**, исследовать зависимость погрешности определения производных от шага дискретизации и оценить влияние вычислительной погрешности, которая неизбежно возникает при малом шаге дискретизации.

**Основные используемые формулы**

* Аналитические выражения для производных 1 – 4 порядка заданной функции:

* Формулы численного дифференцирования:

* Формула численного дифференцирования (центральная разностная производная):
* Формулы вычисления относительной погрешности:

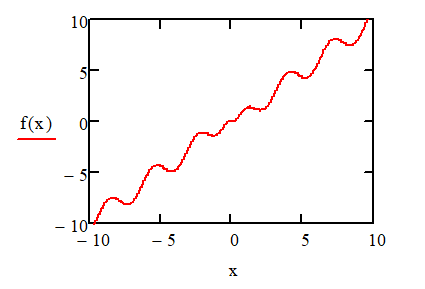


Рисунок 1 – График функции f(x)

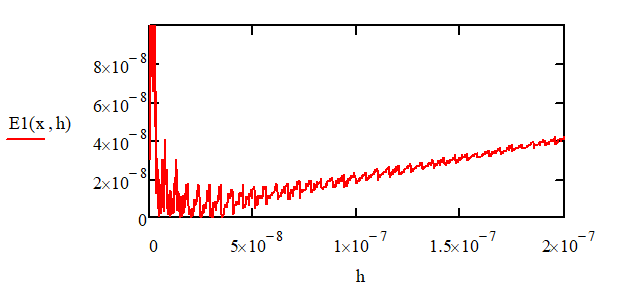


Рисунок 2 – Зависимость погрешности вычисления первой производной от шага дискретизации по формуле левой разностной производной, h0= 2.76e-008

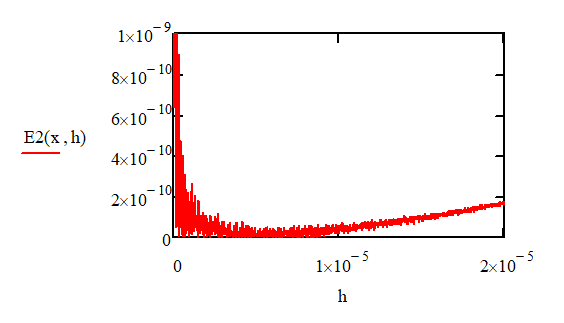


Рисунок 3 – Зависимость погрешности вычисления первой производной от шага дискретизации по формуле центральной разностной производной, h0= 6.06e-006

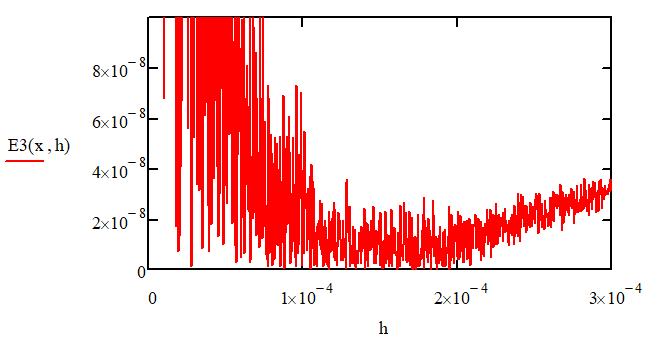


Рисунок 4 – Зависимость погрешности вычисления второй производной от шага дискретизации, h0= 0.0001095

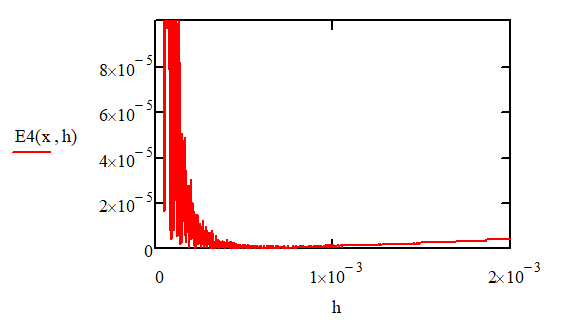


Рисунок 5 – Зависимость погрешности вычисления третьей производной от шага дискретизации, её минимально возможный шаг, h0= 0.00065

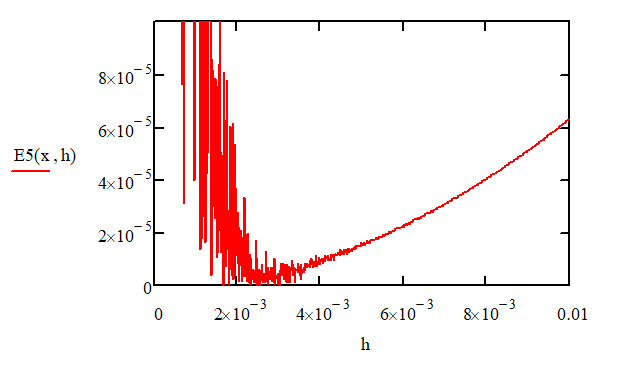


Рисунок 6 – Зависимость погрешности вычисления четвертой производной от шага дискретизации, h0= 0.0026

****

****

****

****

****

**Выводы**

* Чем выше порядок производной, тем больше значение шага дискретизации, при котором значение вычислительная погрешность сравнивается с методической;
* По рисункам 2 и 3 можно понять, что чем выше порядок точности, тем выше шаг дискретизации h0;
* Центральная разностная схема имеет меньшую погрешность по сравнению с другими формулами производных первого порядка;
* Величина вычислительной погрешности зависит от порядка производной – чем он выше, тем выше погрешность.